

Zunächst soll untersucht werden, ob es einen Unterschied zwischen dem Impulsübertrag gibt, wenn die Kugel eine große Kreisbahn beschreibt, oder viele kleine. Hierbei soll der Impulserhaltungssatz - für das Zweikörperproblem, wie allgemein akzeptiert - noch vorausgesetzt werden. Als Zentrifugalkraft wirkt bei einem Radius  $r$ , einer Geschwindigkeit  $v$  und einer Kraft  $F$

$$F = \frac{mv^2}{r} \quad (1)$$

Der Impuls  $p$ , der auf das System übertragen wird, also zunächst einmal auf das Rad, dann auf das Auto ist mit der Masse  $m$  und der Zeit  $t$   $p = mt$ , somit

$$p = \frac{mv^2}{r}t$$

Nun teilen wir den Halbkreis in  $n$  kleine Kreise auf. Insgesamt muss ein Winkel von  $\pi$  zurückgelegt werden, um den unteren Halbkreis zu vollenden, also pro kleinen Kreis  $\frac{\pi}{n}$ . Die Strecke, die die Kugel beim durchrollen eines solchen Kreissektors zurücklegt ist  $\pi r \frac{\pi}{n}$ . Somit können wir  $t$  mit dem Zusammenhang zwischen Geschwindigkeit und Weg ausdrücken mit

$$t = \frac{r\pi}{nv}$$

womit wir für ein Kreissegment

$$p = \frac{mv^2}{r} \frac{r\pi}{nv} = \frac{mv\pi}{n}$$

bekommen. Der gesamte Impuls im unteren Halbkreis ist also

$$p_{ges} = \frac{mv\pi}{n} \cdot n = mv\pi$$

Wie zu erwarten ist der Impuls also Betragsmäßig vom Radius unabhängig. Natürlich sind die Komponenten des Impulsvektors nicht berücksichtigt, theoretisch könnte der Impuls also auch zur Seite etc. gerichtet sein. Anschaulich kann man sich jedoch klar machen, dass dem nicht so ist. Ohnehin ist dies nicht als Beweis zu verstehen, da der Impulserhaltungssatz ja vorausgesetzt wird. Außerdem gilt dies nur für abrollende Kugeln, nicht für wirklich stoßende

Betrachten wir nun den allgemeinen Fall. Zunächst definieren wir ein Kraftgesetz, das von der Masse sowie der Beschleunigung abhängt, die einzigen Parameter, die wir uns technisch zu Nutze machen können.

$$F(m, a)$$

Nun hilft uns ein Kraftgesetz allein noch nicht weiter, da wir einen dynamischen Prozess betrachten. Um etwas in Bewegung zu setzen, bedarf es einer Kraft, die über eine bestimmte Zeit wirkt. Der Energieerhaltungssatz steht nicht zur Diskussion, weshalb er vorausgesetzt wird. Dieser lautet vereinfacht (also wenn  $F \parallel s$ ) aber natürlich auch analog in drei Dimensionaler Integralform

$$E = F \cdot s$$

Mit der Beziehung zwischen  $v$  und  $s$  kommt

$$E = F \cdot v \cdot t$$

Eine Änderung des Bewegungszustandes impliziert eine Änderung der Energie. Würde diese nicht von der Zeit abhängen, müsste  $v = \infty$  gelten. Definieren wir uns nun also eine Funktion  $P$ , welche die die Änderung des Bewegungszustandes eines Körpers in Abhängigkeit der Kraft und des Impulses beschreibt.

$$P(F(m, a), t)$$

Nun Formen wir die einzelnen Terme nach ihrer Definition um, wobei  $a := \frac{\Delta v}{t}$  und  $v := \frac{s}{t}$ , wobei  $s$  die Strecke ist, innerhalb der die Beschleunigung erfolgt, also in unserem Fall die Bogenlänge einer Kurve bzw. Ecke. Bei einer Ecke ist  $s$  theoretisch unendlich klein, praktisch jedoch finit, da sich das Material dehnt. Mathematisch kann  $s$  jedoch auch unendlich klein sein, davon hängt das folgende nicht ab.

$$P\left(F\left(m, \frac{\Delta v}{t}\right), \frac{s}{v}\right) = P\left(F\left(m, \frac{\Delta v \cdot v}{s}\right), \frac{s}{v}\right)$$

Im folgenden Abschnitt wird die Funktion  $P$  nur noch als Funktion von  $\Delta v$  dargestellt, der Schreibearbeit wegen. Dieses Gesetz gilt sowohl für die Durchquerung des oberen planen Halbkreises als auch für die vielen kleinen Stöße, wobei im unteren Halbkreis bei  $n$  Stößen gelten würde

$$P_{ges} = \sum_i^n P_i((\delta v)_i)$$

Setzen wir nun voraus, die Funktion wäre nach  $\delta v$  linear. Dies muss natürlich nicht sein - auch wenn es in der „Realität“ der Fall ist - jedoch vereinfacht dies die Rechnung enorm. Andernfalls müsste man nun  $v$  als Vektor auffassen und mit seinen Komponenten weiterrechnen, wobei diese dann im unteren

Halbkreis über die Anzahl der  $n$  Ecken summiert und im oberen Halbkreis über die unendlich vielen Ecken integriert werden müssten. Das sollte analog gehen, der Anschaulichkeit halber nehmen wir hier jedoch die Linearität an, auch wenn wir es gleich nicht mehr tun. Dann ergibt sich

$$P_{ges} = P \left( \sum_i^n (\delta v)_i \right) = P(\delta_{ges} v)$$

$P$  ist also von der gesamten Geschwindigkeitsänderung abhängig. Diese ist sowohl im runden oberen Halbkreis, als auch im kantigen unteren Betragsmäßig gleich und vektoriell entgegengesetzt. Nun müssen wir die Art der Abhängigkeiten charakterisieren. Wäre die Abhängigkeit von  $\frac{\Delta v \cdot v}{s}$  umgekehrt proportional, würde für  $\Delta v \rightarrow 0$  gelten, dass  $P \rightarrow \infty$ . Dies wäre ein Verstoß gegen die Energieerhaltung, da  $P$  nach Definition die Änderung des Bewegungszustandes charakterisiert. Somit muss die Abhängigkeit nach Bivalenz und Widerspruchsprinzip direkt proportional sein. Im Augenblick haben wir nichts gewonnen, da  $P$  ein willkürlich definiertes Gesetz ist. Jedoch hat es die Eigenschaft, dass es eben allgemeingültig ist, das heißt sowohl für den unteren als auch für den oberen Halbkreis gelten sollte. Vergleichen wir also.  $P$  ist indirekt proportional zu  $s$ . Nun ist  $s$  im oberen Halbkreis viel größer (da dieser als eine „Ecke“ aufgefasst wird), nämlich die gesamte Bogenlänge dieses Halbkreises, während bei den kleinen Ecken  $s$  theoretisch unendlich klein sein kann. Somit ist die Kraft an den Ecken sehr viel größer, als beim durchlaufen des oberen Halbkreises. Dies überrascht aus praktischer Sicht nicht. Somit müsste sich der Körper also wenn überhaupt, nach unten bewegen und nicht nach oben. Doch wir haben ja noch eine Abhängigkeit von  $\frac{s}{v}$ . Sollte diese Abhängigkeit indirekt proportional sein, würde dies bedeuten, dass  $P$  noch einmal umgekehrt proportional zu  $s$  ist, womit die dominierende Wirkung wieder nicht in Richtung des Halbkreises erfolgt. Wäre dies der Fall, wäre die Wirkungsweise des Geräts bereits hier wiederlegt. Im zweiten Fall ist  $P$  von diesem Term direkt proportional abhängig. Nun ist noch die Frage, mit welcher Potenz dieser Term eingehen darf. Denn die Strecke am oberen Halbkreis ist viel größer, als die Strecke, die an den kleinen Ecken zurückgelegt wird. Sollte der Term nun mit einer hohen Potenz eingehen, würde in der Tat eine Resultierende nach oben wirken. Im speziellen muss die Potenz größer sein, als die des Terms  $\frac{\Delta v \cdot v}{s}$ , damit das multiplikative  $s$  das dominierende ist. Würde dies jedoch der Fall sein, würde auch  $\frac{1}{v^n}$  über bleiben. Somit wäre bei keinem  $v$  und beliebigem  $\Delta v > 0$   $P$  unendlich, wieder ein Widerspruch

zum Energieerhaltungssatz. Somit muss der Grad der Potenz von  $\frac{s}{v}$  kleiner sein, als von  $\frac{\Delta v \cdot v}{s}$ , womit wieder keine Kraft nach oben wirkt. Auch ohne Voraussetzung eines empirisch-induktiv gewonnenen Impulserhaltungssatzes sollte das Gerät also nicht funktionieren